

曲線軌道が蒸気機関車より受ける横圧力について

(第 13 報)

小 野 一 良 玉 田 晟 伊 藤 義 男

Lateral Forces Applied to Curved Tracks by a Steam Locomotive

by

Kazuyosi ONO, Akira TAMADA and Yosio ITOO

In the previous paper one of the authors analysed the lateral displacement of the railway track and the bending stresses in the rails under the lateral forces applied to the rail head using the finite difference equations. In the present paper the authors supplemented particular cases to the previous paper.

The lateral strength of the railroad track was also measured. A test track with 50 kg rails and wooden ties was laid on the crushed stone ballast. Vertical load up to 10 tons was applied on the track and then the lateral force up to 3 tons was applied to the rail head. The bending stresses in the rails and their lateral displacements were measured and they were compared to the calculated values.

1. 緒 言

著者は第 11 報においてレール頭部が横圧力を受けた場合にレールに生ずる変形および応力の計算方法を述べ、計算例を示した。しかしこの報告においては特殊な場合に対する考察が不十分であったため、今回その補足をなし、あわせて計算例を示した。なお試験軌道における実験結果を述べ、計算結果に対照した。

第 11 報と関連を持たせるため本報告における計算式は (8.1) 式より始めることにした。よってこれより前の式は第 11 報を参照していただきたい。

2. ばね定数が無限大となる場合

ばね定数が無限大となる場合については第 11 報第 5 章で論じたが、計算式をさらに簡明に書きあらわす方法を考案したのでここにあらためて述べることにする。

いまここに k_i を無限大と仮定すれば (2.57) 式によって

$$u_i \rightarrow \infty \quad (8.1)$$

となり、(2.58) 式より得られる y_i の 4 個の根の中の 1 個は無限大となる。これを y_{i4} とすれば

$$y_{i4} \approx -\frac{1-b+6bw}{4(1-b)} u_i \rightarrow -\infty \quad (8.2)$$

となる。残りの 3 個の根 y_{i1} , y_{i2} , y_{i3} は次式を解いて得られる。

$$(1-b+6bw)y_i^3 + \{3(1-b)+(-1+6w)(b+c)+bw\}y_i^2 + \{(-3+v)(b+c)+3bw\}y_i + 3v(b+c) = 0 \quad (8.3)$$

$j=1, 2, 3$ についてこれよりさきの計算は第2章に述べた所によって計算を進めることができるので、ここでは $j=4$ となる場合についてのみ計算をなす。(2.55) 式より

$$\left. \begin{aligned} r_{i4} &= 6\alpha_{i4}, \\ \beta_{i4} &= -\frac{6bw}{1-b}\alpha_{i4}, \quad \delta_{i4} = -\frac{6w}{1-b}\alpha_{i4} \end{aligned} \right\} \quad (8.4)$$

$j=1, 2, 3$ については

$$\beta_{ij} = \alpha_{ij} \quad (8.5)$$

となるが、 $j=4$ についてはこのようにならないことに注意する要がある。

$$(2.56) \text{ 式により} \quad \lambda_{i4} = 2y_{i4} \quad (8.6)$$

$$(2.62) \text{ 式により} \quad \epsilon_{i4} = -3\alpha_{i4}, \quad \varsigma_{i4} = 6w \frac{b+c}{1-b} \alpha_{i4} \quad (8.7)$$

$$(2.65) \text{ 式により} \quad \theta_{i4} = -\frac{3bvw}{1-b} \alpha_{i4} \lambda_{i4}^{-1} \rightarrow 0 \quad (8.8)$$

$$(2.68) \text{ 式により} \quad \rho_{i4} = \left(1 + \frac{6bw}{1-b}\right) \alpha_{i4} \lambda_{i4}^{-1} \rightarrow 0 \quad (8.9)$$

$$\omega_{i4} = -\frac{6bw}{1-b} \alpha_{i4} \lambda_{i4}^{-1} \rightarrow 0 \quad (8.10)$$

$$(2.70) \text{ 式により} \quad \mu_{i4} = -\frac{3}{4} \alpha_{i4} \quad (8.11)$$

$$(2.72) \text{ 式により} \quad \nu_{i4} = 6w\alpha_{i4} \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) \quad (8.12)$$

$$(2.74) \text{ 式により} \quad \tau_{i4} = 3\alpha_{i4} \quad (8.13)$$

$$(2.76) \text{ 式により} \quad \psi_{i4} = -\frac{6w}{t} \alpha_{i4} \sinh \frac{t}{2} \quad (8.14)$$

$$(2.78) \text{ 式により} \quad \chi_{i4} = \frac{1}{8} \alpha_{i4} \quad (8.15)$$

$$(2.80) \text{ 式により} \quad \pi_{i4} = -6w\alpha_{i4} \left(\frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \right) \quad (8.16)$$

以上の考察においては多数の係数をすべて α_{i4} の倍数として求めたが、第11報第2章に述べた所によって $\alpha_{i4}=1$ と置くことができる。

次に境界条件を考慮して積分定数を決定するのであるが、横圧力が枕木の直上においてレールに作用する場合は第11報第3章に述べた所によって計算が進められる。ただし(3.6)式における $R_{i,0}$ は(2.63)式によって

$$R_{i,0} = -\frac{2EH}{a^3} \sum A_{ij} r_{ij} y_{ij} \quad (8.17)$$

となる。さきに述べたごとく y_{i4} は無限大となるので A_{i4} を 0 としない限り $R_{i,0}$ は有限とはならない。よって $A_{i4} y_{i4}$ を有限な未知数 C として計算を行う要がある。

$$A_{i4} = C y_{i4}^{-1} \rightarrow 0 \quad (8.18)$$

とすれば(3.5)および(3.7)式には A_{i4} が含まれないので(3.5)および(3.7)式より $A_{i1}, A_{i2},$

A_{i3} を求めることができる。この数値を (2.66) 式に代入して $Q_{i, \frac{1}{2}}$ を求め、これを (3.6) 式に代入して $R_{i,0}$ を求めることができる。

次に横圧力が枕木間の中央においてレールに作用する場合であるが、これは第 4 章に述べた所に従って計算を進めることができる。

3. 等根を有する場合

(2.58) 式を解いて y_i の等根が得られたときには第 11 報第 2 章において誘導した各種の係数が 3 個づつとなり、積分定数も 3 個となる。したがって 4 個の境界条件を満足する解をうることが困難となる。この場合には解の形を変えてもう一つの積分定数を持つ解をさがさなければならない。

$$(2.58) \text{ 式を} \quad f(y_i) = 0 \quad (9.1)$$

としたときに

$$\left. \begin{aligned} f(y_{i1}) &= 0, & f(y_{i2}) &= 0, \\ f(y_{i3}) &= 0, & f'(y_{i3}) &= 0; \\ y_{i1} &\neq y_{i2}, & y_{i1} &\neq y_{i3}, & y_{i2} &\neq y_{i3} \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

とする。しかるときには (2.60) 式のかわりに

$$\left. \begin{aligned} (\eta_i)_n &= \frac{H}{I} \left\{ \Sigma' A_{ij} \alpha_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\alpha_{i4} + n \alpha_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \\ (\varphi_i)_n &= \Sigma' A_{ij} \beta_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\beta_{i4} + n \beta_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \\ \left(\frac{d^2 \eta_i}{dx^2} \right)_n &= \frac{H}{I a^2} \left\{ \Sigma' A_{ij} r_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (r_{i4} + n r_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \\ \left(\frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right)_n &= \frac{GIJ}{EL} \left\{ \Sigma' A_{ij} \delta_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\delta_{i4} + n \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

と置く要がある。ここに Σ' は $j=1, 2, 3$ の和とする。上式を (2.27), (2.33), (2.40) および (2.46) 式に代入すれば α_{ij} , β_{ij} , r_{ij} , δ_{ij} を求める式として次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} 6 \alpha_{ij} (\lambda_{ij} - 2 + \lambda_{ij}^{-1}) - r_{ij} (\lambda_{ij} + 4 + \lambda_{ij}^{-1}) &= C_\beta \\ r_{ij} (\lambda_{ij} - 2 + \lambda_{ij}^{-1}) + 3 u_i (\alpha_{ij} - \beta_{ij}) &= C_\delta \\ \beta_{ij} (\lambda_{ij} - 2 + \lambda_{ij}^{-1}) - \delta_{ij} \{ b(\lambda_{ij} + \lambda_{ij}^{-1}) + 2 c \} &= C_r \\ (\beta_{ij} - w r_{ij} - \delta_{ij}) (\lambda_{ij} - 2 + \lambda_{ij}^{-1}) - 2 v \beta_{ij} &= C_a \end{aligned} \right\} \quad (9.4)$$

$j=1, 2, 3$ に対しては $C_\beta = C_\delta = C_r = C_a = 0$ となり、上式は (2.55) 式に一致する。

$j=4$ に対しては次のように置く要がある。

$$\lambda_{i4} = \lambda_{i3} \quad (9.5)$$

$$\left. \begin{aligned} C_\beta &= 6 \alpha_{i3} (\lambda_{i3} - \lambda_{i3}^{-1}) - r_{i3} (\lambda_{i3} - \lambda_{i3}^{-1}) \\ C_\delta &= r_{i3} (\lambda_{i3} - \lambda_{i3}^{-1}) \\ C_r &= \beta_{i3} (\lambda_{i3} - \lambda_{i3}^{-1}) - b \delta_{i3} (\lambda_{i3} - \lambda_{i3}^{-1}) \\ C_a &= (\beta_{i3} - w r_{i3} - \delta_{i3}) (\lambda_{i3} - \lambda_{i3}^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

上式の右边における α_{i3} , β_{i3} , r_{i3} , δ_{i3} には (9.4) 式より求められた値を代入する必要がある。(9.6) 式の右边を (9.4) 式の左边に比較すれば, (9.4) 式の左边において $j=3$ と置き, これを λ_{i3} で微分した後に λ_{i3} を乗ずれば (9.6) 式の右边に一致することが容易に判明する。この関係は今後導かれる諸式についても適用される。

(2.55) 式について述べたごとく $j=1, 2, 3$ に対しては (9.4) 式に含まれる 4 式のうち 1 式は他の 3 式より誘導することができる。従って α_{ij} , β_{ij} , r_{ij} , δ_{ij} の中の任意の 1 個を 0 でない任意の値に選ぶことができる。例えば $\alpha_{ij}=1$ と置いてよい。 $j=4$ となる場合にも (9.4) 式に含まれる 4 式のうち 1 式は他の 3 式より誘導することができる。従って α_{i4} , β_{i4} , r_{i4} , δ_{i4} の中の 1 個を任意の値に選ぶことができる。この場合には 0 においても差支えない。例えば $\alpha_{i4}=0$ と置くことができる。

(2.61) 式の代りに

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\eta_i}{dx} \right)_n &= \frac{H}{Ia} \left\{ \Sigma' A_{ij} \epsilon_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\epsilon_{i4} + n\epsilon_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \\ \left(\frac{d\varphi_i}{dx} \right)_n &= \frac{1}{a} \left\{ \Sigma' A_{ij} \zeta_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\zeta_{i4} + n\zeta_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

と置けば ϵ_{ij} は次式によって求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} 6\epsilon_{ij} + 6\alpha_{ij}(1 - \lambda_{ij}^{-1}) + r_{ij}(2 + \lambda_{ij}^{-1}) &= C_\epsilon \\ 6\epsilon_{ij} + 6\alpha_{ij}(\lambda_{ij} - 1) - r_{ij}(\lambda_{ij} + 2) &= D_\epsilon \end{aligned} \right\} \quad (9.8)$$

$j=1, 2, 3$ に対しては $C_\epsilon = D_\epsilon = 0$

$j=4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_\epsilon &= 6\alpha_{i3}\lambda_{i3}^{-1} - r_{i3}\lambda_{i3}^{-1}, \\ D_\epsilon &= 6\alpha_{i3}\lambda_{i3} - r_{i3}\lambda_{i3} \end{aligned} \right\} \quad (9.9)$$

以上に示すごとく ϵ_{ij} を求める式は 2 個あるが, これらは同一の結果を与える。

同様にして ζ_{ij} は次式によって求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{ij} + \beta_{ij}(1 - \lambda_{ij}^{-1}) + \delta_{ij}(c + b\lambda_{ij}^{-1}) &= C_\zeta \\ \zeta_{ij} + \beta_{ij}(\lambda_{ij} - 1) - \delta_{ij}(c + b\lambda_{ij}) &= D_\zeta \end{aligned} \right\} \quad (9.10)$$

$j=1, 2, 3$ に対しては $C_\zeta = D_\zeta = 0$,

$j=4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_\zeta &= \beta_{i3}\lambda_{i3}^{-1} - b\delta_{i3}\lambda_{i3}^{-1}, \\ D_\zeta &= \beta_{i3}\lambda_{i3} - b\delta_{i3}\lambda_{i3} \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

(2.66) 式の代りに

$$Q_{i, n + \frac{1}{2}} = \frac{H}{I} k_i \left\{ \Sigma' A_{ij} \rho_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\rho_{i4} + n\rho_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.12)$$

と置けば ρ_{ij} は次式によって求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} 3 u_{ij} \rho_{ij} + r_{ij} (1 - \lambda_{ij}^{-1}) &= C_\rho, \\ \rho_{ij} (\lambda_{ij} - 1) - \alpha_{ij} + \beta_{ij} &= D_\rho \end{aligned} \right\} \quad (9.13)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\rho = D_\rho = 0$,
 $j = 4$ に対しては

$$C_\rho = r_{i3} \lambda_{i3}^{-1}, \quad D_\rho = \rho_{i3} \lambda_{i3} \quad (9.14)$$

(2.67) 式の代りに

$$M_{i, n+\frac{1}{2}} = s \left\{ \Sigma' A_{ij} \omega_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\omega_{i4} + n \omega_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.15)$$

と置けば ω_{ij} は次式によって求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ij} (\lambda_{ij} - 1) - \beta_{ij} &= C_\omega \\ 2 v \omega_{ij} - \theta_{ij} (1 - \lambda_{ij}^{-1}) &= D_\omega \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

ただしここに

$$\theta_{ij} = \beta_{ij} - w r_{ij} - \delta_{ij} \quad (9.17)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\omega = D_\omega = 0$

$j = 4$ に対しては

$$C_\omega = \omega_{i3} \lambda_{i3}, \quad D_\omega = -\theta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \quad (9.18)$$

(2.69) 式の代りに

$$\left(\frac{d\eta_i}{dx} \right)_{n+\frac{1}{2}} = \frac{H}{Ia} \left\{ \Sigma' A_{ij} \mu_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\mu_{i4} + n \mu_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.19)$$

と置けば μ_{ij} は次式を解いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} 8 \mu_{ij} + r_{ij} (1 + 3 \lambda_{ij}^{-1}) - 8 \varepsilon_{ij} \lambda_{ij}^{-1} &= C_\mu \\ 8 \mu_{ij} - r_{ij} (3 + \lambda_{ij}^{-1}) - 8 \varepsilon_{ij} &= D_\mu \end{aligned} \right\} \quad (9.20)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\mu = D_\mu = 0$,

$j = 4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_\mu &= -3 r_{i3} \lambda_{i3}^{-1} + 8 \varepsilon_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \\ D_\mu &= r_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (9.21)$$

(2.71) 式の代りに

$$\left(\frac{d\varphi_i}{dx} \right)_{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{a} \left\{ \Sigma' A_{ij} \nu_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\nu_{i4} + n \nu_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.22)$$

と置けば ν_{ij} は次式を解いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \nu_{ij} - \zeta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} \cosh \frac{t}{2} + t \delta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} \sinh \frac{t}{2} - (\beta_{ij} - \delta_{ij}) (1 - \lambda_{ij}^{-1}) \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) &= C_\nu \\ \nu_{ij} - \zeta_{ij} \cosh \frac{t}{2} - t \delta_{ij} \sinh \frac{t}{2} - (\beta_{ij} - \delta_{ij}) (1 - \lambda_{ij}^{-1}) \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) &= D_\nu \end{aligned} \right\} \quad (9.23)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\nu = D_\nu = 0$

$j = 4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_\nu &= \zeta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \cosh \frac{t}{2} - t \delta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \sinh \frac{t}{2} - (\beta_{i3} - \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-1} \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) \\ D_\nu &= -(\beta_{i3} - \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-1} \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (9.24)$$

(2.73) 式の代りに

$$\left(\frac{d^2 \eta_i}{dx^2} \right)_{n+\frac{1}{2}} = \frac{H}{I a^2} \left\{ S' A_{ij} \tau_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\tau_{i4} + n \tau_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.25)$$

と置けば τ_{ij} は次式を解いて求めることができる。

$$2 \tau_{ij} - r_{ij} (1 + \lambda_{ij}^{-1}) = C_\tau \quad (9.26)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\tau = 0$,

$j = 4$ に対しては

$$C_\tau = r_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \quad (9.27)$$

(2.76) 式の代りに

$$\left(\frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right)_{n+\frac{1}{2}} = \frac{GIJ}{EL} \left\{ S' A_{ij} \psi_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\psi_{i4} + n \psi_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.28)$$

と置けば ψ_{ij} は次式を解いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \psi_{ij} + \frac{1}{t} \zeta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} \sinh \frac{t}{2} - \delta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} \cosh \frac{t}{2} + \frac{1}{t} (\beta_{ij} - \delta_{ij}) (1 - \lambda_{ij}^{-1}) \sinh \frac{t}{2} &= C_\psi \\ \psi_{ij} - \frac{1}{t} \zeta_{ij} \sinh \frac{t}{2} - \delta_{ij} \cosh \frac{t}{2} - \frac{1}{t} (\beta_{ij} - \delta_{ij}) (1 - \lambda_{ij}^{-1}) \sinh \frac{t}{2} &= D_\psi \end{aligned} \right\} \quad (9.29)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\psi = D_\psi = 0$

$j = 4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_\psi &= -\frac{1}{t} \zeta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \sinh \frac{t}{2} + \delta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \cosh \frac{t}{2} + \frac{1}{t} (\beta_{i3} - \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-1} \sinh \frac{t}{2} \\ D_\psi &= -\frac{1}{t} (\beta_{i3} - \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-1} \sinh \frac{t}{2} \end{aligned} \right\} \quad (9.30)$$

(2.77) 式の代りに

$$\left(\eta_i \right)_{n+\frac{1}{2}} = \frac{H}{I} \left\{ S' A_{ij} \chi_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\chi_{i4} + n \chi_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \right\} \quad (9.31)$$

と置けば χ_{ij} は次式を解いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} 16 \chi_{ij} - 16 \alpha_{ij} \lambda_{ij}^{-1} + 8 \varepsilon_{ij} \lambda_{ij}^{-1} - 2 r_{ij} \lambda_{ij}^{-1} + u_i \rho_{ij} &= C_\chi \\ 16 \chi_{ij} - 16 \alpha_{ij} - 8 \varepsilon_{ij} - 2 r_{ij} - u_i \rho_{ij} &= D_\chi \end{aligned} \right\} \quad (9.32)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\chi = D_\chi = 0$,

$j = 4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_x &= 16\alpha_{i3}\lambda_{i3}^{-1} - 8\epsilon_{i3}\lambda_{i3}^{-1} + 2r_{i3}\lambda_{i3}^{-1} \\ D_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9.33)$$

(2.79) 式の代りに

$$(\varphi_i)_{n+\frac{1}{2}} = \Sigma' A_{ij} \kappa_{ij} \lambda_{ij}^{-n} + A_{i4} (\kappa_{i4} + n\kappa_{i3}) \lambda_{i3}^{-n} \quad (9.34)$$

と置けば κ_{ij} は次式を解いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{ij} - \beta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} + \zeta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} \frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \delta_{ij} \lambda_{ij}^{-1} \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) \\ + (\beta_{ij} - \delta_{ij}) (1 - \lambda_{ij}^{-1}) \left(\frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \right) &= C_\kappa \\ \kappa_{ij} - \beta_{ij} - \zeta_{ij} \frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \delta_{ij} \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) \\ - (\beta_{ij} - \delta_{ij}) (1 - \lambda_{ij}^{-1}) \left(\frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \right) &= D_\kappa \end{aligned} \right\} \quad (9.35)$$

$j = 1, 2, 3$ に対しては $C_\kappa = D_\kappa = 0$

$j = 4$ に対しては

$$\left. \begin{aligned} C_\kappa &= \beta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} - \zeta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} + \delta_{i3} \lambda_{i3}^{-1} \left(\cosh \frac{t}{2} - 1 \right) \\ &+ (\beta_{i3} - \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-1} \left(\frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \right) \\ D_\kappa &= -(\beta_{i3} - \delta_{i3}) \lambda_{i3}^{-1} \left(\frac{1}{t} \sinh \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9.36)$$

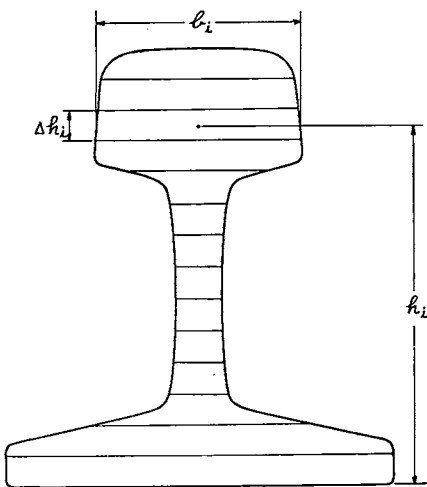
4. 計 算 例

次に $u_1 \rightarrow \infty$ となる場合について 50 kg レール敷設の軌道を例に採り 計算を行う。レールの垂直軸

のまわりの断面 2 次モーメントはレール断面を多数の水平線で分ち、各部分の断面 2 次モーメントを計算してこれを加え合わせればよい。(2.8), (2.9) 式で定義されている H, K はレールを 3 部分に分けて求めているが、これもレール断面を多数の水平線で分割して求めた方が理論的に正しいと考えられる。よってこの計算においてはレール断面を多数の水平線によって 37 の部分に分ち、次式によって I, H, K を計算した。

$$I = \sum_i \frac{b_i^3}{12} \Delta h_i, \quad H = \sum_i \frac{b_i^3}{12} h_i \Delta h_i$$

$$K = \sum_i \frac{b_i^3}{12} h_i^2 \Delta h_i$$



第 1 図

計算結果は $I=373 \text{ cm}^4$, $H=1330 \text{ cm}^5$, $K=13500 \text{ cm}^6$ となった。

断面一様な梁において梁と直角をなす方向に力を加えて、梁に曲げのみを生じ、ねじりを生じないときにこの力は梁のねじり中心を通るということにすれば、50 kg レールのねじり中心の高さは $H/I=3.56 \text{ cm}$ となる。この高さでレールに横圧力が加わり、かつこの高さでレールが横方向に支持されていればレールにねじりを生じないが、実際上はレール頭部に横圧力が加わり、底部において横方向に支持されているためにねじりを生ずると考えられる。50 kg レールのねじり係数は第 11 報に述べたごとく $J=150 \text{ cm}^4$ となる。 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $G=0.81 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $a=66 \text{ cm}$, $k_1=\infty$, $k_2=8,000 \text{ kg/cm}$, $s=2.40 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ と仮定する。しかるときには (2.15) 式により $L=3.267 \times 10^6 \text{ cm}^{10}$, (2.50) 式により $k_3=4,000 \text{ kg/cm}$ となる。

(2.35) 式により $t=5.3645$, $\cosh \frac{t}{2}=7.3432$, $\sinh \frac{t}{2}=7.2747$, (2.36) 式により $b=0.9498$, $c=4.3647$ となる。(2.57) 式により $u_1=\infty$, $u_3=0.4894$, $v=0.6519$, $w=0.018817$ をうる。 $u_1=\infty$ となるため $i=1$ のときには第 8 章に述べた所によって計算を進める必要がある。このときには (8.3) 式によって y_i を求め、 $i=3$ のときには (2.58) 式によって y_i を求め、これに続いて他の諸係数を求めた結果を第 1 表に示した。この表には $i=3$, $j=4$ の場合を省略したが、これは $j=3$ の場合の虚数部の符号を変えることによって得られる。

第 1 表 計 算 基 礎 数 値

i	1				3				
j	1	2	3	4	1	2	3		
y_{ij}	0.7668	27.43	-3.139	$-\infty$	0.7537	92.49	-0.0573	+ 0.6000	i
λ_{ij}	3.223	56.84	-4.029	$-\infty$	3.194	187.0	1.557	+ 1.521	i
λ_{ij}^{-1}	0.3102	0.01759	-0.2482	0	0.3131	0.005348	0.3286	- 0.3211	i
a_{ij}	1	1	1	1	1	1	1		
β_{ij}	1	1	1	-2.136	2.237	733.2	0.01137	+ 0.01051	i
τ_{ij}	1.221	5.408	135.7	6	1.205	5.812	0.1273	+ 1.1974	i
δ_{ij}	0.1269	0.8745	-1.345	-2.249	0.2796	728.0	-0.001181	+ 0.001311	i
ϵ_{ij}	-1.160	-2.801	-40.86	-3	-1.151	-2.937	-0.7848	- 0.7790	i
ζ_{ij}	-1.281	-4.814	4.306	11.95	-2.840	-3910	0.00086	- 0.01720	i
ρ_{ij}	0	0	0	0	-0.5637	-3.937	0.2037	- 0.5754	i
ω_{ij}	0.4498	0.01791	-0.1988	0	1.019	3.943	0.008513	- 0.004362	i
μ_{ij}	-0.6547	-0.7610	5.808	-0.75	-0.6525	-0.7538	-0.6838	- 0.2859	i
ν_{ij}	-0.6345	-0.4401	-2.308	0.7162	-1.415	-272.2	-0.005026	- 0.010395	i
τ_{ij}	0.8001	2.752	51.00	3	0.7909	2.921	0.2768	+ 0.7750	i
ψ_{ij}	0.01132	0.06059	-0.06887	-0.1531	0.02500	49.83	-0.000078	+ 0.000144	i
χ_{ij}	0.5551	0.1648	-5.999	0.125	0.5577	0.1375	0.6297	- 0.2574	i
κ_{ij}	0.5833	0.1245	-0.8127	-0.09665	1.310	52.48	0.009739	+ 0.004242	i

横圧力が枕木間の中央において軌道に作用するとなし, $P_4=3,000 \text{ kg}$, $P_2=0$, $T_4=T_2=0$, $h_0=13.5 \text{ cm}$ とすれば (4.5), (4.6), (4.7), (4.8) 式に示すごとく, A_{ij} を求める連立方程式として次式が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma A_{1j} \mu_{1j} = 0 \\ \Sigma A_{1j} \nu_{1j} = 0 \\ -\frac{EH}{a^3} \Sigma A_{1j} r_{1j} (1 - \lambda_{1j}^{-1}) = \frac{3000}{4} \\ s \Sigma A_{1j} \omega_{1j} = \frac{3000 \times 13.5}{4} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma A_{3j} \mu_{3j} = 0 \\ \Sigma A_{3j} \nu_{3j} = 0 \\ \frac{H}{I} k_3 \Sigma A_{3j} \rho_{3j} = \frac{3000}{4} \\ s \Sigma A_{3j} \omega_{3j} = \frac{3000 \times 13.5}{4} \end{array} \right.$$

これらの連立方程式を解いて A_{ij} を求めた結果は

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11} = 0.009732 \\ A_{12} = -0.011059 \\ A_{13} = -0.0001993 \\ A_{14} = 0.0011838 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A_{31} = 0.003578 \\ A_{32} = -0.00001599 \\ A_{33} = 0.01578 + 0.04181i \\ A_{34} = 0.01578 - 0.04181i \end{array} \right.$$

横圧力の作用点においてレールに生ずる曲げ応力を求めるためにこれらの A_{ij} を用いて次の順序で計算を進める。

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{d^2 \eta_1}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \frac{H}{Ia^2} \Sigma A_{1j} r_{1j} = -0.02926 \frac{H}{Ia^2} \\ \left(\frac{d^2 \eta_3}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \frac{H}{Ia^2} \Sigma A_{3j} r_{3j} = -0.05328 \frac{H}{Ia^2} \\ \left(\frac{d^2 \eta_4}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{d^2 \eta_3}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} + \left(\frac{d^2 \eta_1}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = -0.08254 \frac{H}{Ia^2} \\ \left(\frac{d^2 \eta_2}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{d^2 \eta_3}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} - \left(\frac{d^2 \eta_1}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = -0.02402 \frac{H}{Ia^2} \\ \left(\frac{d^2 \varphi_1}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \frac{GIJ}{EL} \Sigma A_{1j} \psi_{1j} = -0.0007549 \frac{GIJ}{EL} \\ \left(\frac{d^2 \varphi_3}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \frac{GIJ}{EL} \Sigma A_{3j} \psi_{3j} = -0.0007220 \frac{GIJ}{EL} \\ \left(\frac{d^2 \varphi_4}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{d^2 \varphi_3}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} + \left(\frac{d^2 \varphi_1}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = -0.0014769 \frac{GIJ}{EL} \\ \left(\frac{d^2 \varphi_2}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{d^2 \varphi_3}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} - \left(\frac{d^2 \varphi_1}{dx^2} \right)_{\frac{1}{2}} = 0.0000329 \frac{GIJ}{EL} \end{array} \right.$$

いまここに $h_1 = 12.6$ cm, $b_1 = 6.5$ cm, $h_3 = 0.65$ cm, $b_3 = 12.7$ cm として (2.81) 式により左側レールの頭部および底部に生ずる曲げ応力を計算した結果 $\sigma_{41} = 1062$ kg/cm², $\sigma_{43} = 520$ kg/cm² が得られた。右側レールの頭部内側および底部内側に生ずる曲げ応力はそれぞれ $\sigma_{21} = 121$ kg/cm², $\sigma_{23} = 270$ kg/cm² となった。

次に横圧力の作用点におけるレール頭部および底部の横移動を求める。

$$\left\{ \begin{array}{l} (\eta_1)_{\frac{1}{2}} = \frac{H}{I} \Sigma A_{1j} \chi_{1j} = 0.00492 \frac{H}{I} \\ (\eta_3)_{\frac{1}{2}} = \frac{H}{I} \Sigma A_{3j} \chi_{3j} = 0.04339 \frac{H}{I} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (\eta_4)_{\frac{1}{2}} = (\eta_3)_{\frac{1}{2}} + (\eta_1)_{\frac{1}{2}} = 0.04831 \frac{H}{I} \\ (\eta_2)_{\frac{1}{2}} = (\eta_3)_{\frac{1}{2}} - (\eta_1)_{\frac{1}{2}} = 0.03847 \frac{H}{I} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\varphi_1) \frac{1}{2} = \Sigma A_{1j} \kappa_{1j} = 0.003938 \\ (\varphi_3) \frac{1}{2} = \Sigma A_{3j} \kappa_{3j} = 0.003800 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (\varphi_4) \frac{1}{2} = (\varphi_3) \frac{1}{2} + (\varphi_1) \frac{1}{2} = 0.007738 \\ (\varphi_2) \frac{1}{2} = (\varphi_3) \frac{1}{2} - (\varphi_1) \frac{1}{2} = -0.000138 \end{array} \right.$$

これらの数値を (2.82) 式に代入して左側レール頭部および底部の横移動を計算した結果はそれぞれ $\xi_{41} = 0.242$ cm, $\xi_{43} = 0.149$ cm となった。右側レール 頭部および 底部の 横移動はそれぞれ $\xi_{21} = 0.136$ cm, $\xi_{23} = 0.137$ cm となった。

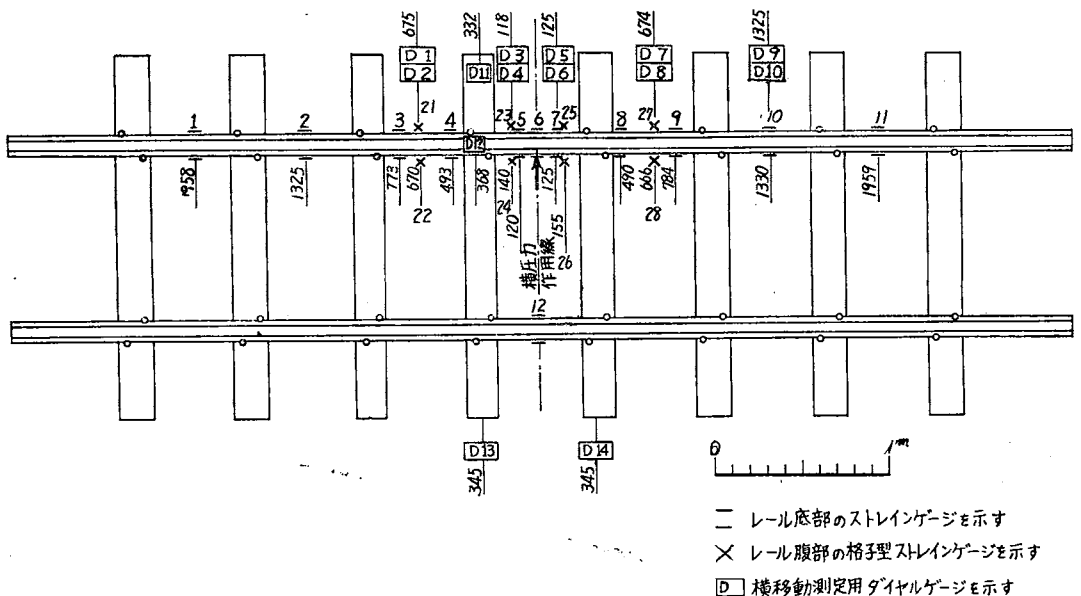
左側レールの小返りは上式に示すごとく 0.77% となり, 右側レールの小返りは -0.01% となった。

5. 試験軌道における測定

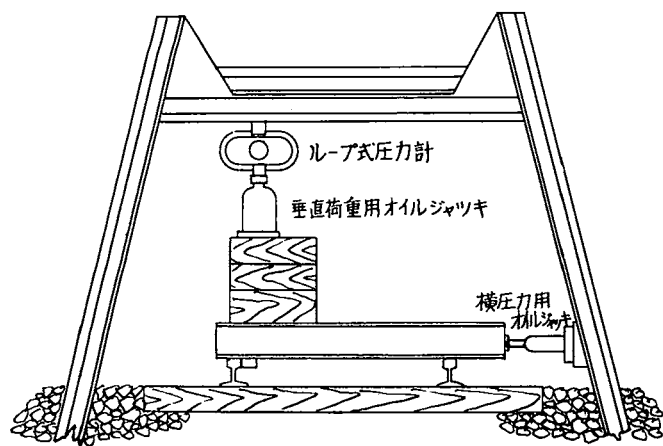
第 12 報には 50 kg レール, F 型タイププレートおよび木枕木を敷設した試験軌道のレールに横圧力を加えた場合にレールに生ずる横曲げ応力およびレール, 枕木の横移動を測定した結果を述べた。この結果ならびにさきの計算値に比較するために本報告にはタイププレートを用いずに 50 kg レールを木枕木に締結した試験軌道に横圧力を加えた場合の測定結果を示した。

試験軌道としては砕石道床上に木枕木 8 丁を 66 cm 間隔に敷設し, この上に長さ 6 m の 50 kg レールを犬釘によって締結した。この後タイタンパーを用いて試験軌道を十分につき固めた。

軌道が横圧力を受けたときに軌道に生ずる横方向の変位はこれと同時に軌道に加わる垂直荷重の大きさに大いに関係する。よって軌道上の垂直荷重を種々の大きさに変化して実験を行った。試験軌道ならびに実験装置を第 2, 3 図に示した。第 3 図に示すごとく門型構の下に試験軌道を敷設し, この上に I ビーム, オイルジャッキ, ループ式圧力計の順に重ねた。I ビームの一端近くに突起部分を熔接し, 他端からジャッキによって横圧力を加えた。垂直荷重を加えるべきオイルジャッキは横圧力を受けるレールの真上近くにおき, 左右のレールに加わる垂直荷重の比を 9:1 になるようにした。こ



第2図 試験軌道

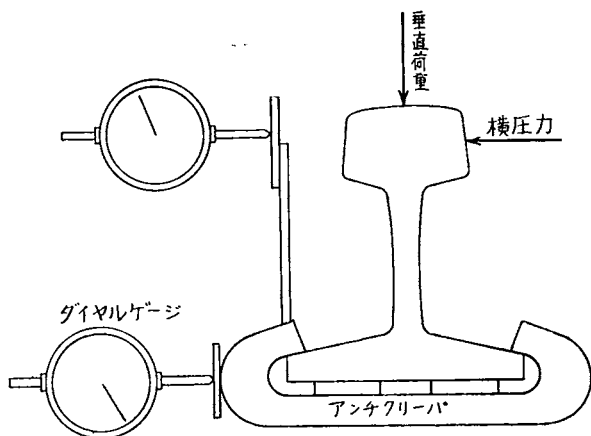


第3図 試験軌道実験装置

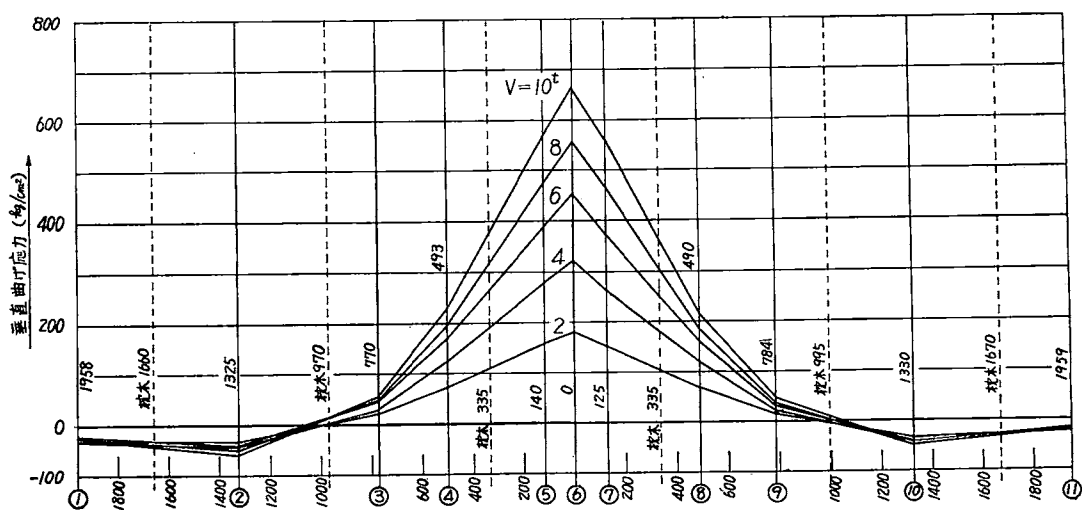
力をかけるときには横圧力を 500 kg 増加するごとにレール底部に生ずる曲げ応力およびレール、枕木の横移動を測定した。レール底部に生ずる曲げ応力を測定するにはレール底部両側面にワイヤストレーンゲージを貼り付け、レールおよび枕木のたわみおよび横移動を測定するにはダイヤルゲージを用いた。第4図に示す方法を用いてレール頭部の横移動と底部の横移動とを測定したのでこれらの横移動の差によってレールの小返りを知ることができた。なおレール腹部に格子型ゲージを貼り付けて垂直荷重または横圧力を加える過程においてレール腹部に生ずる剪断応力を測定した。これらのゲージおよびダイヤルゲージの取付け位置を第2図に示した。

次に測定結果を示す。レールに垂直荷重を加えるときにレール底部に生じた垂直曲げ応力を第5図に示した。この図によれば垂直荷重の作用点を離れ

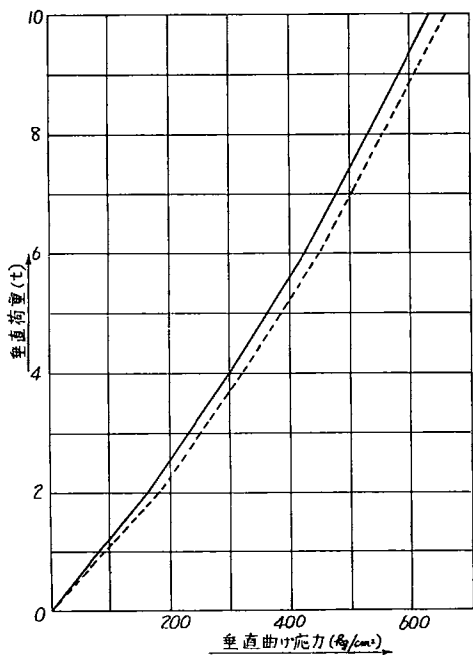
るに従って垂直曲げ応力は次第に減少し、荷重の作用点から約 100 cm 離れた所で 0 となり、これよりききでは負の曲げ応力を生ずることが認められる。第6図に垂直荷重の作用点においてレール底部に生ずる垂直曲げ応力と垂直荷重との関係を示した。この図によれば垂直荷重が 0 から 2 t まで増加する間にレール底部に 160~180 kg/cm² の曲げ応力を生ずるのに対して垂直荷重が 8 t から 10 t に増加する間においては 100 kg/cm² の曲げ応力が追加されるに過ぎない。また第7図には垂直荷重の作用点の近くにおけるレールのたわみを示したが、垂直荷重が 0 から 2 t まで増加する間にレールは 1.3~1.5 mm のたわみを生ずるのに対して垂直荷重が 8 t から 10 t まで増加する間においてレールのたわみは 0.3 mm 追加されるに過ぎない。これは道床および路盤の強度が圧縮の進むとともに増加したことを示している。



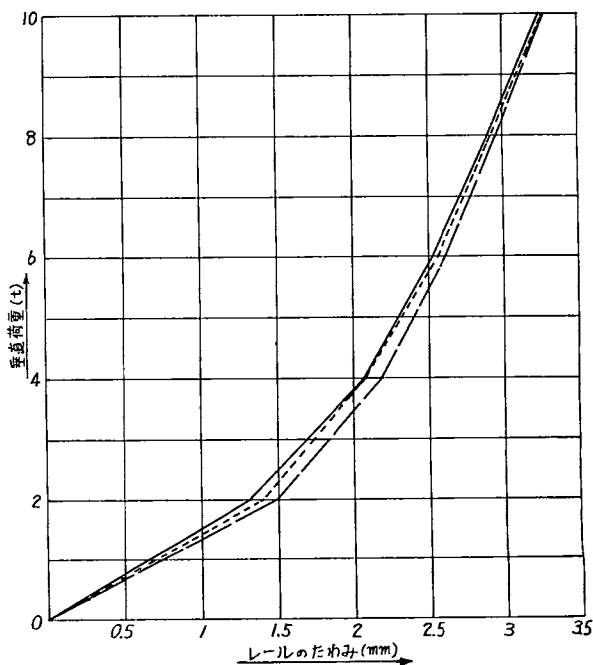
第4図 レール頭部、レール底部の横移動の測定



第5図 垂直荷重を受けた場合にレールに生ずる垂直曲げ応力



第6図 垂直荷重と垂直曲げ応力との関係

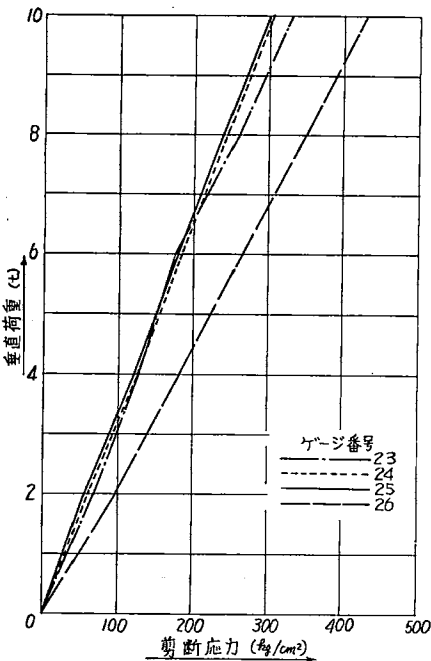


第7図 レールのたわみ

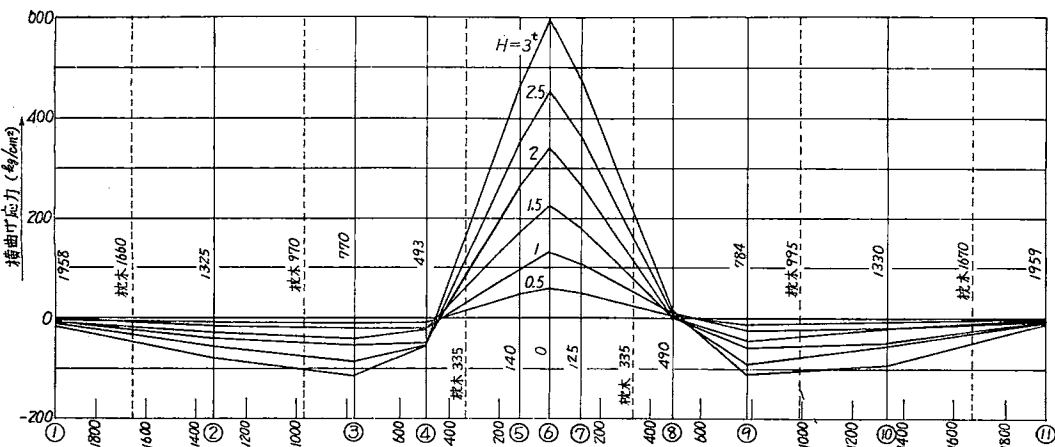
さきに述べたごとく垂直荷重の作用点の前後においてレール腹部に格子型ゲージを貼り付けたが、このゲージによって得た剪断応力と垂直荷重との関係を第 8 図に示した。ゲージ 23, 24, 25, 26 は載荷点を挟んで両側に貼ってあるので等しい大きさの剪断応力をあらわすはずであるが、ゲージ 26 による測定値が特に大きく出ている。これは垂直荷重を加えたときにレールにいくらかねじりを生じ、

この影響があらわれたと推定される。この図によれば剪断応力は垂直荷重に比例することが認められる。

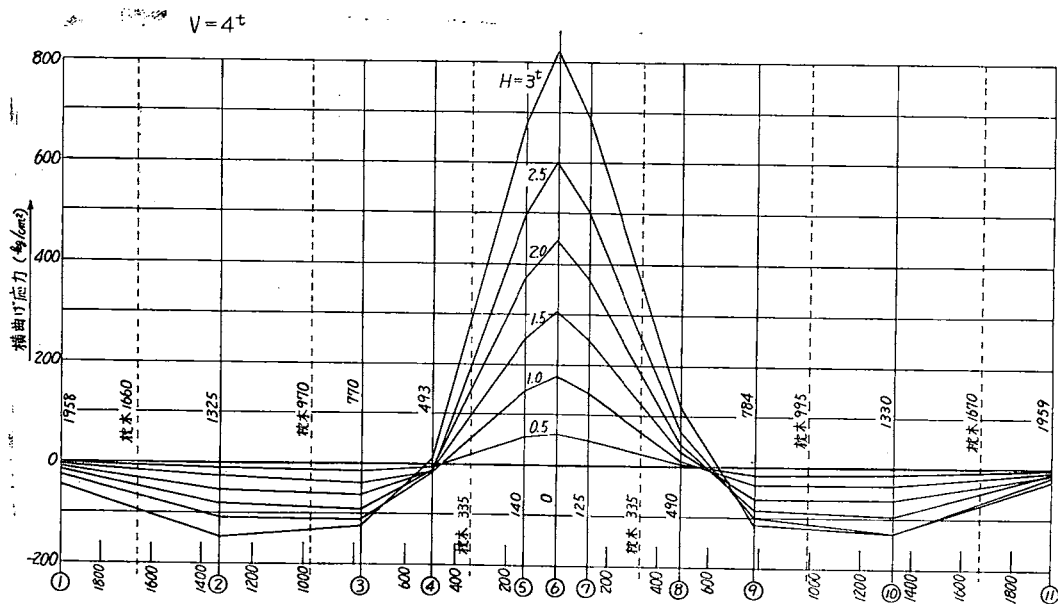
試験軌道のレール頭部に横圧力を加えたときにレール底部に生ずる横曲げ応力を測定した結果を第 9, 10 図に示した。第 9 図は垂直荷重が 8 t の場合であり、第 10 図は垂直荷重が 4 t の場合である。これらの図によればレール底部に生ずる横曲げ応力は横圧力の作用点を離れるに従って急速に低下し、垂直荷重が 8 t の場合には 45~50 cm で 0 となり、垂直荷重が 4 t の場合には 50~60 cm 離れた所で 0 となっている。これは垂直曲げ応力の 0 となる所までの距離の約 1/2 であって、レールが横圧力を受けたときには主としてこの作用点を挟む両側の枕木だけでこの横圧力に抵抗することが認められる。第 5 図によれば垂直荷重の作用点より 130 cm 程度離れた所に負の最大の曲げ応力を生じ、この大きさは正の最大の曲げ応力の 10 % 程度となっている。しかるに第 9, 10 図によれば横圧力の作用点から 80~100 cm 離れた所で負の最大の横曲げ応力を生じ、その大きさは正の最大の横曲げ応力の 20 % 程度となっている。



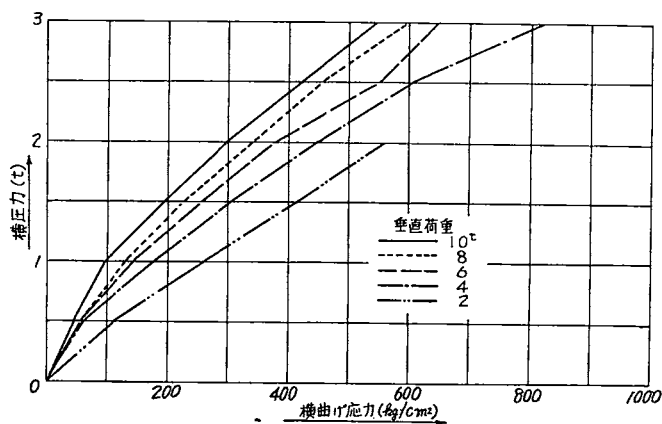
第 8 図 垂直荷重によりレール腹部に生ずる剪断応力



第 9 図 横圧力を受けた場合にレールに生ずる横曲げ応力 V=8 t



第10図 横圧力を受けた場合にレールに生ずる横曲げ応力 $V=4t$



第11図 レール底部に生ずる横曲げ応力

種々の大きさの垂直荷重を加えた場合に横圧力の作用点におけるレール底部に生ずる横曲げ応力と横圧力との関係を第11図に示した。この図によれば垂直荷重の小さい程横曲げ応力の進行が大きくなることが認められる。また横圧力が大きくなるに従って横曲げ応力の増加割合が大きくなることが認められる。1例をあげれば垂直荷重が4tのとき横圧力を0から500kgまであげたとき60kg/cm²の横曲げ応力を生ずるのに対し、横圧力が2,500kgから3000kgまで増加するときに220kg/cm²の横曲げ応力が追加された。

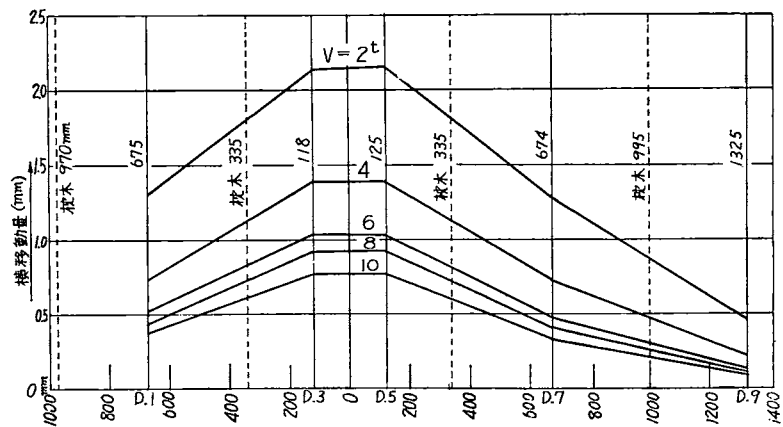
次にレール頭部に横圧力を加えた場合にレール頭部に生ずる横移動を測定した結果を第12図に示

し、レール底部に生ずる横移動を第 13 図に示した。またレール頭部の横移動から底部の横移動を差し引いた寸法をレールの小返りとして第 14 図に示した。第 12, 13 図によればレール頭部、底部の横移動

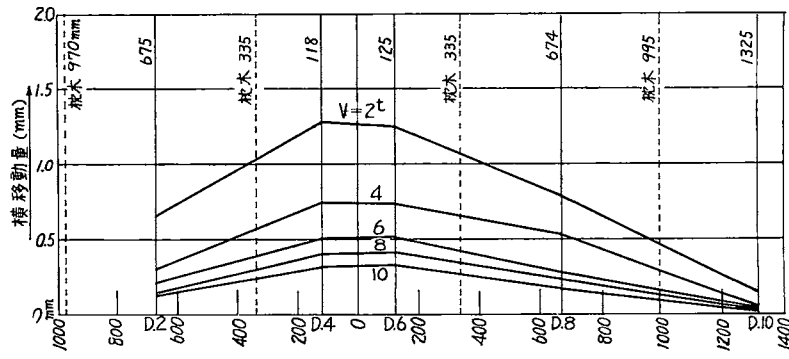
はともに横圧力の作用点を離れるに従って次第にその大きさが減少するが、その減少の割合はレール底部に生ずる横曲げ応力に較べてはるかにゆるやかである。レール底部に生ずる横移動を 2 回微分したものがレール底部に生ずる横曲げ応力に比例することに注意すればこのことは容易に理解される。第 13 図によればレール底部の横移動が 0 となるのは横圧力の作用点から約 150 cm 離れた所にあると推定される。横圧力の作用点から数えて 2 番目の枕木上におけるレール底部の横移動は 1 番目の枕木上におけるレール底部の横移動の約 1/2 であり、従ってレールが受けた横圧力の 2/3

は横圧力の作用点の両隣りの枕木で受けることがわかる。第 14 図によればレールに生ずる小返りは横圧力の作用点より比較的遠くまで横圧力の影響を受けることが認められる。垂直荷重の小さい場合には特にこの現象が顕著である。従って横圧力の作用点から離れるほどレール頭部の横移動の中

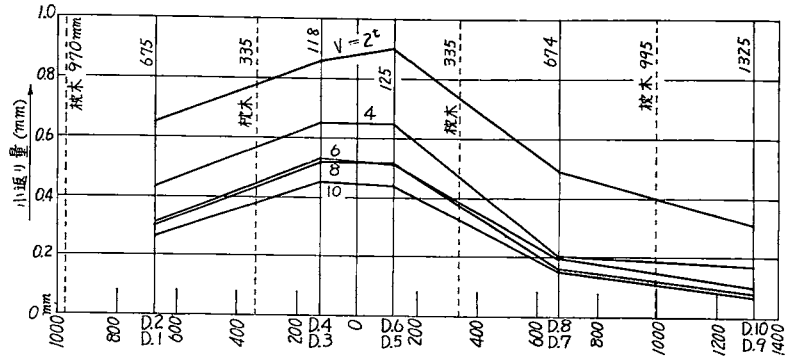
でレール小返りによる割合が多くなることが判明する。垂直荷重の小さいときはレールの受けたトルクを比較的多数の枕木で分担するが、垂直荷重が大きくなると横圧力の作用点の両隣りの枕木でほぼ 2/3 のトルクを受け持つと見なされる。



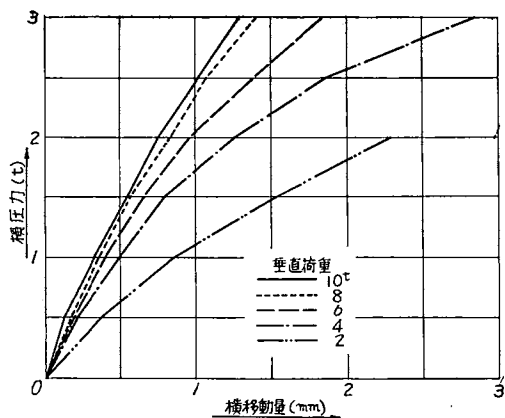
第 12 図 横圧力によるレール頭部の横移動 $H=2t$



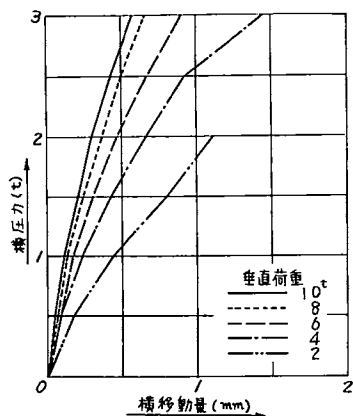
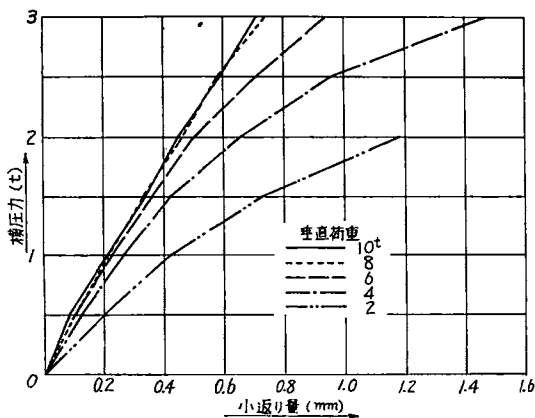
第 13 図 横圧力によるレール底部の横移動 $H=2t$



第 14 図 横圧力によるレールの小返り $H=2t$

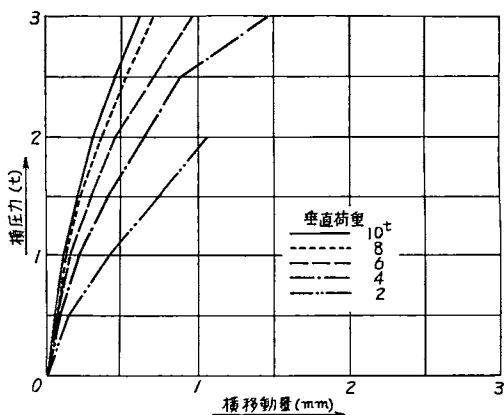


第15図 横圧力とレール頭部の横移動との関係

第16図 横圧力とレール底部の横移動との関係
50 kg レール, タイプレートなし第17図 横圧力とレール小返りとの関係
50 kg レール, 木枕木, タイプレートなし

次に横圧力の作用点の近くにおいてレール頭部の横移動を測定した結果を第15図に示し、レール底部の横移動を測定した結果を第16図に示した。レール頭部の横移動から底部の横移動を差引いたものをレールの小返りとして第17図に示した。第15図によれば垂直荷重の小さい程横圧力によってレール頭部に生ずる横移動の進行が大きくなることが認められる。また横圧力が大きくなるに従って横移動の増加割合が大きくなることが認められる。1例を挙げれば垂直荷重が4 t のとき横圧力を0 から 500 kg まで増加したときレール 頭部は 0.2 mm 移動するのに対し、横圧力を 2500 kg から 3000 kg まで増加したときにはレール頭部横移動は 1.0 mm 追加される。このように横移動の進行が急に大きくなることは横圧力をさらに増加したときに軌道は際限なく横方向に移動する可能性を示している。第16図によればレール底部の横移動は頭部横移動の約半分であることが認められる。したがってレール頭部の横移動はレール底部の横移動とレールの小返りとよりなり、その分担は 1/2 ずつであるといえることができる。第17図によれば垂直荷重の大きいときにはレールの小返りは横圧力にはほぼ比例することが認められる。また垂直荷重が 10 t, 8 t, 6 t のときにはレールの小返りは大して差はないが、垂直荷重が 4 t, 2 t となると急に大きくなることが認められる。

横圧力の作用点の両隣りの枕木の横移動量と横圧力との関係を第18図に示した。この横移動量と

第18図 横圧力と枕木の横移動との関係
木枕木, 砕石道床

第16図に示したレール底部の横移動量とをくらべればこれらの横移動量がほぼ等しいことが認められる。したがってレール頭部が横圧力を受けたときにレールに小返りを生じ、枕木は道床中を移動するが、レール底部と枕木との間の相対的移動はほとんど生じないことがわかる。

さきに述べたごとくレールに垂直荷重を加えればこの附近においてレール腹部に剪断応力を生ずるが、レールに横圧力をかけた場合にもねじりによってレール腹部に剪断応力を生ずる。垂直荷重をかけたときにレール腹部に生ずる剪断応力

はレール腹部の両側面において同符号であるが、ねじりによる剪断応力は腹部の両側面において反対符号となる。よって試験軌道に垂直荷重をかけた後に格子型ゲージのひずみを一旦0とおき、これよりねじりによる影響を測定した。このようにして得たレール腹部に生ずる剪断応力の符号を無視して第19図に剪断応力と横圧力との関係を示した。この図によれば剪断応力は横圧力にほぼ比例することが認められる。この図に示した3枚のゲージによる測定値は一致しなければならないが、このような差を生じた理由は

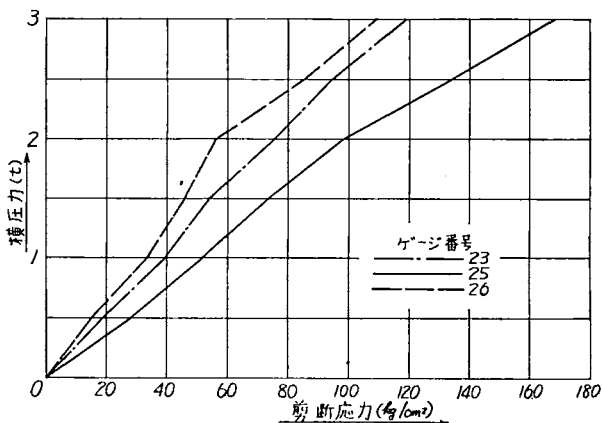
詳かではないが、純粋なねじり以外の局部応力の影響が含まれていると考えられる。

次に以上の測定値を計算値に対照する。第6図によれば垂直荷重10tのときに荷重の作用点においてレール底部に生ずる垂直曲げ応力は660 kg/cm²となっている。さきに述べたごとく10tの垂直荷重は左右のレールに9:1の割合で分担されるので、曲げ応力を測定したレールに加わる垂直荷重は9000 kgとなる。50 kgレールの底部に対する断面係数を289 cm³とすればレールに生ずる曲げモーメントは191000 kg・cmとなる。9000 kgの荷重によってこれだけの曲げモーメントを生ずるためには軌道係数は78となる要がある。これよりレールの支持係数を求めれば $D=23600$ kg/cmが得られる。次にこの支持係数を用いて荷重下におけるレールのたわみを計算すれば1.55 mmが得られる。第7図によればレールのたわみは3.25 mmとなっており、この計算値よりはるかに大きい。このたわみの中にはレールと枕木の間および枕木と道床の間の空隙が含まれていると考えられる。第7図によれば垂直荷重が6tから10tに達する間においてたわみは0.7 mm進行した。この割合で進めば荷重10tに対して1.75 mmのたわみとなり、計算値に近くなる。

レールが荷重によって垂直方向の Q なる剪断応力を受けたときにレール腹部に生ずる剪断応力は次式によって計算される。

$$\tau = \frac{QS}{bI_h}$$

ここに S はせん断応力測定点より下の部分に対するレールの断面1次モーメント、 b はレール腹部の厚さ、 I_h はレールの断面2次モーメントとする。レールに加えた垂直荷重を9000 kgとすれば $Q=4500$ kgとなり、 $I_h=1740$ cm⁴、 $S=145$ cm³、 $b=1.43$ cmとして計算すれば $\tau=263$ kg/cm²が得られる。しかるに第8図に示す3個の測定値は300~330 kg/cm²の範囲内にあり、計算値に較べていくらか大きい。さきの計算に示したごとくレール底部に生ずる曲げ応力を直接計算値に比較することはできず、この測定値からレールの支持係数を推定するだけであるが、レール腹部に生ずるせん



第19図 横圧力によりレール腹部に生ずる剪断応力 $V=8$ t

断応力の測定値は直接に計算値に比較し得る特徴がある。したがってレール腹部に生ずるせん断応力を正確に測定すればレールに加わる垂直荷重の大きさを推定することができる。

さきの計算例によればレール頭部に 3000 kg の横圧力を加えたときにレール底部に生ずる横曲げ応力は 484 kg/cm² となり、レール頭部の横移動は 0.253 cm となり、レール底部の横移動は 0.160 cm となった。しかるに第 11 図によれば垂直荷重 10 t の場合でも 3 t の横圧力によってレール底部に 545 kg/cm² の横曲げ応力を生じ、垂直荷重が小さくなればさらに大きな横曲げ応力を生じている。第 15 図より横圧力 3000 kg でレール頭部の横移動が計算値に一致する所を見れば垂直荷重が 6 t と 4 t の間に入る。垂直荷重が 4.6 t 位の所となる。第 16 図よりレール底部の横移動が計算値に一致する所を見れば垂直荷重が 4 t よりいくらか小さい場合に相当する。以上をあわせて考察すれば横曲げ応力の計算値は測定値に較べて小さ過ぎ、またレール頭部または底部の横移動の計算値は測定値に較べて大き過ぎることができる。このような差を生じた理由として計算式が適当でないかまたは測定方法に誤りがあったか現在の所では判然としない。第 2 図に示すごとくレール頭部または底部の横移動を測定した位置は横圧力の作用点から約 120 mm 離れており、したがって横圧力の作用点における横移動は第 15, 16 図に示した値よりいくらか大きいと考えられるが、この差は 10 % 以内である。

次にレール頭部に横圧力を加えたときにレール腹部に生ずるせん断応力の計算値と測定値との対照をする。レールを D なるねじりモーメントでねじったときにレール腹部に生ずるせん断応力は次式によって与えられる。

$$\tau = \frac{D}{K}$$

ここに K はねじりに関する断面係数であって 50 kg レールに対しては 95.6 cm³ となる。50 kg レールのねじり中心はレール底面上 3.56 cm にあるので横圧力の作用点までの高さは 9.94 cm となり、3000 kg の横圧力の作用点の両側においてレールに生ずるねじりモーメントは 14900 kg・cm となる。よってこのときにレール腹部に生ずるせん断応力は計算上 156 kg/cm² となる。第 19 図によれば測定値にはばらつきが多いが、109~169 kg/cm² のせん断応力となり、計算値はこの範囲に入る。

次に今回の測定値を第 12 報に掲載した測定値に比較する。この報告の第 5 図を前報告の第 3 図に比較すれば今回は垂直荷重によってレールに生ずる曲げ応力ははるかに少なくなったことに注目される。すなわち今回の測定値は前回の測定値の約 2/3 である。このように大きな差を生じた原因としては道床および路盤が次第に締め固められたためと考えることができる。この報告の第 10 図を前報告の第 5 図に比較すれば横圧力によってレールに生ずる横曲げ応力はほぼ一致することが認められる。しかし前報告においては横圧力の作用点から 70~90 cm の距離で横曲げ応力が 0 になったのに対して今回の測定では横圧力の作用点から 50~60 cm の距離で横曲げ応力が 0 になっている。この報告の第 15 図と第 16 図とを前報告の第 11 図と第 12 図に比較すれば今回のレール頭部および底部の横移動の測定値は前回の測定値に較べていくらか少くなっている。ことにレール底部の横移動においてその差が顕著である。今回の報告の第 17 図と前報告の第 13 図とを比較すれば、レールの小返りに関してのみ今回の測定値がいくらか大きくなっている。これは今回はタイプレートを使用しないためレールの小返りに対する抵抗力が減ったためと考えられる。今回の報告の第 18 図と前報告の第 14 図とを比較すれば横圧力による枕木の横移動に関し今回の測定値は前回の測定値の約 2/3 となっている。この理由は試験軌道に加えた振動荷重その他によって次第に道床が締ってきたためと考えられる。

以上をあわせて考察すればさきの計算値は今回の測定値より前回の測定値に近い結果を与えている。

参 考 文 献

- 千 秋 邦 夫：軌条ニ作用スル横圧力，業務研究資料 第 21 巻 第 9 号 昭和 8 年 5 月
- 千 秋 邦 夫：軌条に作用する横圧力，土木学会誌 第 27 巻 第 8 号 昭和 16 年 8 月
- 八十島 義之助：レールのねじれの理論について，土木学会誌 第 35 巻 第 11 号 昭和 25 年 11 月
- 佐 藤 裕：軌道の横強度理論（Ⅰ），土木学会論文集 第 5 号 昭和 25 年 11 月
- 佐 藤 裕：軌道の横強度理論（Ⅱ），土木学会論文集 第 6 号 昭和 26 年 8 月
- 佐 藤 裕：横圧に対する軌道強度（Ⅰ），鉄道業務研究資料 第 7 巻 第 12 号 昭和 25 年 8 月
- 佐 藤 裕：横圧に対する軌道強さ（Ⅱ），鉄道技術研究資料 第 14 巻 第 3 号 昭和 32 年 3 月
- 佐 藤 裕：横圧に対する軌道強度の研究，鉄道技術研究報告 第 110 号 昭和 35 年 2 月
- 小 野 一 良：曲線軌道が蒸気機関車より受ける横圧力について，第 10 報，金沢大学工学部紀要 第 2 巻 第 5 号 昭和 36 年 12 月
- 小 野 一 良：曲線軌道が蒸気機関車より受ける横圧力について，第 11 報，金沢大学工学部紀要 第 3 巻 第 1 号 昭和 38 年 3 月
- 小 野 一 良：曲線軌道が蒸気機関車より受ける横圧力について，第 12 報，金沢大学工学部紀要 第 3 巻 第 2 巻 昭和 38 年 12 月